平成２９年８月２１日

九州大学大学院工学府エネルギー量子工学専攻
平成３０年度修士課程入学試験

「専門科目」（タイプⅠ）についての注意

試験時間　１３：３０～１６：３０

１．　以下の８題を解答せよ。
（力学、物理化学、熱力学／統計力学、電磁気学、量子力学、輸送現象論、固体物理学、原子物理学）
（配点：各題２５点、合計２００点満点）

２．　解答は問題毎に別々の解答用紙に記入せよ。（裏面も使用可）

３．　解答用紙には、解答の問題番号と受験番号を記入し、<u>氏名は記入してはいけない。</u>

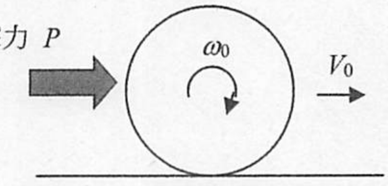
問題1（力学）

質量M, 半径aの密度が一様な球が粗い水平な床の上にある。以下の問いに答えよ。

(1) この球の中心軸まわりの慣性モーメントIを計算せよ。

(2) 球に撃力を加えると、図1のように重心速度V_0および角速度 ω_0で水平な床の上を滑りながら直線的に運動を始めた。このとき$V_0 > a\omega_0$であった。球と床の接触点A における動摩擦係数をμとして、球の水平方向、垂直方向の運動方程式を示せ。ただし重力加速度はgとする。

図1



(3) 球の重心まわりの運動方程式を示せ。慣性モーメントはIのままでよい。

(4) 撃力を加えてから時間t_1経過後に球は滑らずに転がるようになった。慣性モーメントを$I = Mka^2$ (kはある定数)として、t_1を$V_0, \omega_0, a, \mu, k, g$を用いて表せ。

問題２（物理化学）

以下の二酸化炭素とその反応に関する問いに答えよ。

$$2CO(g) + O_2(g) \rightleftarrows 2CO_2(g) \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

表　反応①の成分の 300K における熱力学データ(数値は概数)

		CO(g)	O_2(g)	CO_2(g)
標準生成エンタルピー	$\Delta_f H^{\circ}$ / kJ mol^{-1}	−110	0	−390
標準生成ギブズエネルギー	$\Delta_f G^{\circ}$ / kJ mol^{-1}	−140	0	−390
標準エントロピー	S_m° / J K^{-1} mol^{-1}	200	210	220
定圧熱容量	$C_{p,m}^{\circ}$ / J K^{-1} mol^{-1}	30	30	40

反応式中の(g) は気体を示す。

(1) 反応①の 300K における標準反応エンタルピー（$\Delta_r H^{\circ}$)、標準反応ギブスエネルギー（$\Delta_r G^{\circ}$)、標準反応エントロピー（$\Delta_r S^{\circ}$）を求めよ。計算手順も示すこと。なお有効数字は２桁程度とせよ。

(2) 1200 K における CO(g)、O_2(g)、CO_2(g) の標準生成エンタルピー（$\Delta_f H^{\circ}$（1200K))、標準生成エントロピー（$\Delta_f S^{\circ}$（1200K))、標準生成ギブスエネルギー（$\Delta_f G^{\circ}$（1200K)）を求め、1200K における反応①の標準反応ギブスエネルギー変化 ($\Delta_r G^{\circ}$ (1200K)) を求めよ。熱容量は温度によらず一定とせよ。計算手順も示すこと。なお有効数字は２桁程度とし、 $\ln 2 \approx 0.70$ としてもよい。

(3) (2)の結果のように 1200K では 300K の時に比べて反応①のギブズエネルギー変化の絶対値が小さくなる。このことから、300K よりも温度が高くなるほど、$P_{CO}／P_{CO2}$ 比はどのように変化するか説明せよ。このとき P_{O2} は一定と考えよ。

(4) 二酸化炭素の三重点は 5.11 気圧、216.8K である。このため１気圧においては液相が存在しない。
１気圧における二酸化炭素の各相（固、液、気）の化学ポテンシャル μ_s、μ_l、μ_gと温度の概略図を描け。

問題３　（熱力学／統計力学）

磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}$をもつN個の原子からなる固体が磁場$\boldsymbol{H}$の中に置かれている。$\boldsymbol{\mu}$は$\boldsymbol{H}$に平行（↑）あるいは反平行（↓）で、エネルギーが$\varepsilon_{\uparrow}= -\mu H,\ \varepsilon_{\downarrow}= +\mu H$の２つの状態をとり、熱平衡状態にある。磁化によって固体の体積は変化しない。以下の設問に答えよ。

(1) 温度T, 磁場Hにおける分配関数$Z(T, H)$とエントロピー$S(T, H)$を示せ。

(2) この固体の磁化Mは各原子の磁気モーメントの和で与えられる。温度T, 磁場Hにおける磁化$M(T, H)$を求めよ。

(3) 磁場をH=0 から徐々に強めていくと、最初はHに比例して磁化Mは大きくなる。すなわち、$M=\chi H$ の関係が成り立つ。その比例定数χは磁化率と呼ばれるが、その温度依存性（キュリーの法則）を求めよ。

(4) 一定磁場H中でのこの固体の熱容量を求めよ。

(5) ミリＫ以下の極低温を得る方法の一つに断熱消磁法がある。これは、この固体のような常磁性体を強い磁場H下で冷却した後に、熱の出入りを遮断して磁場をH' ($H' \ll H$)まで弱める方法である。これによって極低温が得られる原理を記せ。

問題４（電磁気学）

[1] 半径 a の導体球Ａの外側に導体球殻Ｂ（半径は b で厚さは無視できる）が同心に置かれていて中心は原点にあるとする。誘電率を ε として、以下の問いに答えよ。

(1) 静電容量を求めよ。

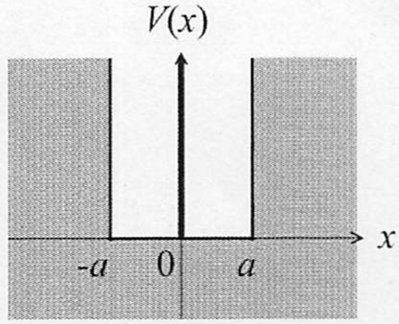
(2) A、B にそれぞれ電荷 q_A と q_B を帯電させる。このとき任意の点 $\boldsymbol{r}$ における電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ を求めよ。ただし、$|\boldsymbol{r}| = a, b$ は除く。

(3) (2)の条件の下で、ＡおよびＢの電位を求めよ。ただし無限遠を基準とする。

(4) (2)の状態からＡとＢを細い導体棒でつなぐとき、移動する電荷の向きと量を、式を立てて求めよ。ただし、Ａの電荷は $q_A > 0$ とする。

問題5（量子力学）

無限に深い井戸型ポテンシャルとデルタ関数型ポテンシャルの和で表される一次元のポテンシャル$V(x)$中の質量m、エネルギー$E(>0)$の粒子の束縛状態について考える。



$$V(x) = \begin{cases} V_0\delta(x) & (-a \le x \le +a) \\ +\infty & (x < -a \text{ または } x > +a) \end{cases}$$

ただし$V_0 > 0$とする。

(1) 1次元の束縛状態において、ポテンシャルエネルギーが偶関数（$V(x) = V(-x)$）の場合には固有関数$u(x)$は偶関数または奇関数となることを示せ。1次元の束縛状態には縮退がないことを使用してよい。

(2) この粒子の時間を含まないシュレディンガー方程式の一般解のうち奇関数の一般解はAとBを未定係数として以下のように表される。

$$u(x) = \begin{cases} A\sin kx + B\cos kx & (-a \le x < 0) \\ A\sin kx - B\cos kx & (0 < x \le +a) \\ 0 & (x < -a \text{ または } x > +a) \end{cases}$$

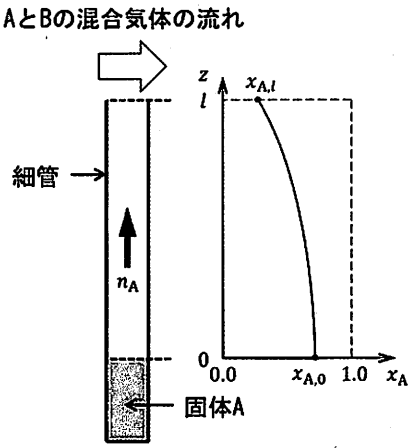
$x = 0, \pm a$での境界条件を適用して、波数k_n、エネルギー固有値E_n、規格化された固有関数$u_n(x)$を求めよ。量子数nの値も明記すること。時間を含まないシュレディンガー方程式を原点を含む微小な領域$-\varepsilon$から$+\varepsilon$で積分することで次式が成り立つことを使用してよい。

$$\left.\frac{du(x)}{dx}\right|_{x=+\varepsilon} - \left.\frac{du(x)}{dx}\right|_{x=-\varepsilon} = \frac{2m}{\hbar^2}V_0 u(0)$$

(3) (2)の固有関数のうちもっともエネルギーが低い場合について、運動量の2乗の期待値$\langle p^2 \rangle$を計算せよ。

問題6 （輸送現象論）

図に示すように細管に入れられた固体 A が気体 B 中に昇華し、管外を流れる A 及び B の混合気体中に移行する場合を考える。定常状態では、固体 A は昇華し続けるが、管内での気体 B の流束はゼロとする。また、化学反応は起こらないものとし、固体界面の高さは一定と仮定する。このとき、以下の問いに答えよ。



（1） 全モル濃度をc、拡散係数をD_{AB}、気体 A のモル分率をx_Aとするとき、細管内の気体 A のz方向のモル輸送束（モル流束）n_Aを与える式を示せ。但し、細管内で気体 A は拡散と対流によって輸送されるものとし、D_{AB}は一定とする。

（2） 固体界面（$z = 0$）及び細管出口（$z = l$）での気体 A のモル分率をそれぞれ$x_{A,0}$及び$x_{A,l}$（$< x_{A,0}$）とするとき、細管内の気体 A のz方向の濃度分布を求めよ。

（3） 細管内の気体 A のz方向の対流速度がD_{AB}/lに比例することを示せ。

（4） 細管内の気体 A の濃度が低い場合、固体界面から昇華する A の物質移動係数がD_{AB}/lで近似されることを示せ。

問題７　（固体物理学）

［１］固体結晶の比熱に関して以下の問いに答えよ．

（１）デュロン・プティの法則について述べよ．

（２）低温比熱を説明する i）アインシュタインモデル，ii）デバイモデルについてそれぞれの特徴を述べよ．

（３）なぜデバイモデルがアインシュタインモデルより比熱を正しく記述できるのかを説明せよ．（なぜアインシュタインモデルでは低温比熱を過小評価することになるのか．）

問題８（原子物理学）

以下の問いに答えよ。ただし、真空中の光速度をc、プランク定数をhとする。

(1) ある金属に波長λの光を照射したとき、運動エネルギーEの光電子が放出された。照射する光の波長を$\frac{2}{3}\lambda$としたところ、放出される光電子の運動エネルギーは$2E$となった。この結果からプランク定数hを与える式を求めよ。

(2) 電子の静止質量をm_eとする。運動エネルギーを$2m_ec^2$に加速したとき電子の速度は真空中の光速度cの何倍になるか。また、このときの電子のド・ブロイ波長を与える式を求めよ。

(3) 原子核に閉じ込められた陽子と陽子の平均距離がdであった。このとき、不確定性原理を用いて陽子の運動エネルギーを与える式を求めよ。ただし、陽子の質量をmとせよ。

平成２９年８月２１日

九州大学大学院工学府エネルギー量子工学専攻
平成３０年度修士課程入学試験

「専門科目」（タイプⅡ）についての注意

試験時間　１３：３０～１６：３０

１．　以下のうちからあらかじめ届け出た３題を解答せよ。また、当専攻を志望する理由についての小作文を作成せよ。
（力学，物理化学，熱力学／統計力学，電磁気学，量子力学，輸送現象論，固体物理学，原子物理学，電気・電子回路）
（配点：各題５０点、合計２００点満点）

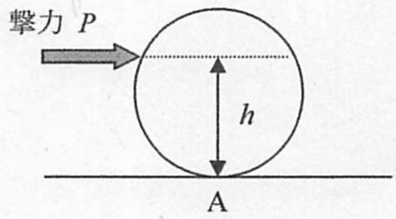
２．　解答は問題毎に別々の解答用紙に記入せよ。（裏面も使用可）

３．　解答用紙には、解答の問題番号と受験番号を記入し、氏名は記入してはいけない。

問題1（力学）

質量M, 半径aの密度が一様な球が粗い水平な床の上にある。図1のように、球に対して床から高さhの点をめがけて、床と水平方向に撃力Pを加えた後の球の運動について考える。以下の問いに答えよ。

図1



[1] この球の中心軸まわりの慣性モーメントIを計算せよ。

[2] 撃力Pを加えた後、球は重心速度V_0および角速度 ω_0で水平面上を滑らずに転がった。このとき慣性モーメントは $I=Mka^2$ (kはある定数)とする。

(1) 撃力Pを加えた直後の重心の速度、角速度をM, a, h, P, kを用いて表せ。

(2) 球が滑らずに転がる際のh/aが満たす条件を計算せよ。

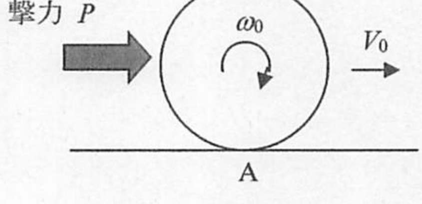
[3] 球に撃力を加えると、球は図2のように重心速度V_0および角速度 ω_0で床の上を滑りながら直線的に運動を始めた。このとき$V_0 > a\omega_0$であった。

(1) 球との接触点 A における動摩擦係数をμとして球の水平方向、垂直方向の運動方程式を示せ。ただし重力加速度はgとする。

(2) 球の重心まわりの運動方程式を示せ。慣性モーメントはIのままでよい。

(3) 撃力を加えてから時間t_1経過後に球は滑らずに転がるようになった。慣性モーメントを$I=Mka^2$ (kはある定数)として、t_1を$V_0, \omega_0, a, \mu, k, g$を用いて表せ。

図2



問題4（電磁気学）

[1] 半径 a の導体球Aの外側に導体球殻B（半径は b で厚さは無視できる）が同心に置かれていて中心は原点にあるとする。誘電率を ε として、以下の問いに答えよ。

(1) 静電容量を求めよ。

(2) A、B にそれぞれ電荷 q_{A} と q_{B} を帯電させる。このとき任意の点 $\boldsymbol{r}$ における電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ を求めよ。ただし、$|\boldsymbol{r}| = a, b$ は除く。

(3) (2)の条件の下で、AおよびBの電位を求めよ。ただし無限遠を基準とする。

(4) (2)の状態からAとBを細い導体棒でつなぐとき、移動する電荷の向きと量を、式を立てて求めよ。ただし、Aの電荷は $q_{\mathrm{A}} > 0$ とする。

[2] 無限に長い半径 a の円柱状導体がある。この導体内を一様な密度 j で大きさ I_1 の電流が流れている。透磁率を μ として以下の問いに答えよ。

(1) ストークスの定理を用いて、アンペールの法則（微分形）から積分形を導け。

(2) 円柱の中心から r の位置に生じる磁束密度を求めよ。

(3) 円柱導体の中心から距離 R の位置に直線導体が円柱導体と平行に置かれている。直線導体に電流 I_2 を I_1 と同じ向きに流すとき、直線導体が単位長さ当たり受ける力を求めよ。

問題７　（固体物理学）

［１］固体結晶の比熱に関して以下の問いに答えよ．

（１）デュロン・プティの法則について述べよ．

（２）低温比熱を説明する i）アインシュタインモデル，ii）デバイモデルについてそれぞれの特徴を述べよ．

（３）なぜデバイモデルがアインシュタインモデルより比熱を正しく記述できるのかを説明せよ．(なぜアインシュタインモデルでは低温比熱を過小評価することになるのか.)

［２］時間的・空間的に一定の電界($\boldsymbol{E}$)中にある結晶中の電子の運動について以下の問いに答えよ．

（１） 結晶中では様々な波数を有する電子波が重なり合い波束を形成し，エネルギーを運ぶが，この時の波束の速度（群速度）$\boldsymbol{v_g}$を示せ．ただし，電子波のエネルギーを$\varepsilon = \hbar\omega$，角振動数ω，波数を$\boldsymbol{k}$とする．

（２） Δt秒間に電界が電子（電荷$-q$）にする仕事が電子のエネルギー増加$\Delta\varepsilon(=\frac{d\epsilon}{dk}\Delta k)$に等しいとして，以下の運動方程式を導け．

$$-qE = \hbar\frac{dk}{dt}$$

（３） 電界と同じ方向に加速された電子波の群加速度$\boldsymbol{\alpha_g}$を求めよ．

（４） 以上の結果を用いて有効質量　m^*　を定義せよ．

（５）　１次元周期ポテンシャル中の固体電子の①エネルギーε，②群速度$\boldsymbol{v_g}$，③有効質量m^*の波数$\boldsymbol{k}$との関係をそれぞれ図示せよ．

問題９（電気・電子回路）

［１］図１ (*a*)、(*b*) の回路において、有限のインピーダンス Z_D を持つ素子に電流が流れない場合を考える。

(1) (*a*) の回路において、インピーダンスに次の関係が成り立つことを示せ。

$$Z_1 Z_x = Z_2 Z_3$$

(2) (*b*) の回路について、抵抗値 R_x および静電容量 C_x を R_1、C_1、C_2、R_3、ω のうち必要なものを用いて表せ。ここで ω は交流電源の角周波数を表す。

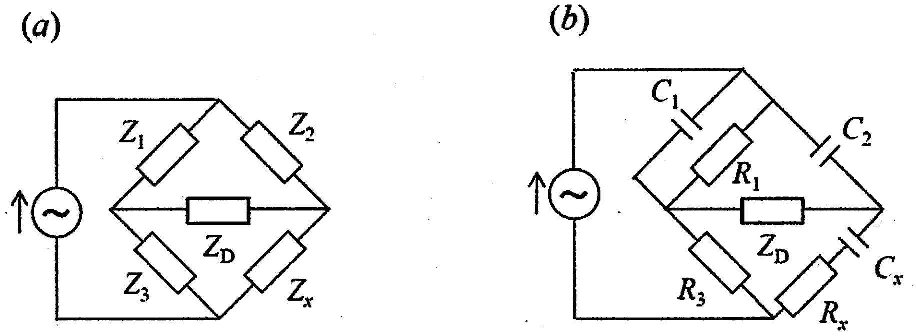


図１

［２］図２の回路について、オペアンプの出力電圧値 V_{OPE} (V)、図中に示す電流値 I_0 (mA)、I_L (mA)、I_{OPE} (mA) を求めよ。オペアンプの入力インピーダンスは ∞ (Ω)、出力インピーダンスは 0 (Ω)、オープンループ・ゲインは ∞ とする。

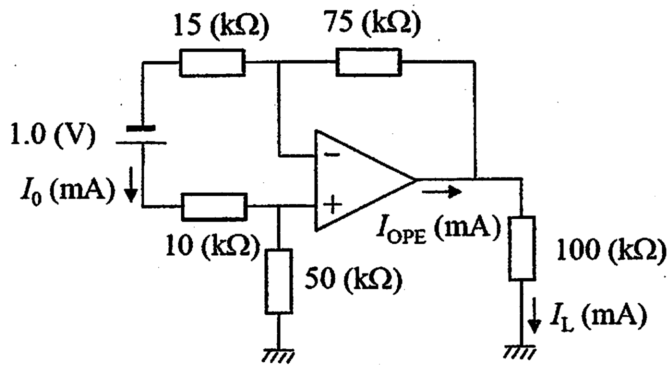


図２

問題　１０（小作文）

エネルギー量子工学専攻を志望する理由について、その経緯、入学後にしたい勉強や研究、修了後の進路希望を含めて、１０００字程度で説明しなさい。

なお、作文には配布された升目の用紙を使用すること。