平成２９年8月２１日

九州大学大学院工学府エネルギー量子工学専攻

平成３０年度修士課程入学試験

「数学」についての注意

試験時間　９：００～１０：３０

１．　問題１（必須）と、問題２か問題３のどちらか１題を選択し、合計２題を解答すること。
（必須６０点、選択４０点、合計１００点満点）

２．　解答は、問題毎に別々の解答用紙に記入せよ。（裏面も使用可）
１枚に記入しきれない場合には、追加解答用紙を請求すること。

３．　問題の解答用紙には、問題の番号と受験番号を記入し、<u>氏名は記入してはいけない。</u>

問題１（必須）

［１］次の行列Aに対して下記の問に答えよ。

$$A=\begin{pmatrix} 3 & -3 & -4 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

(1) 固有値と固有ベクトルを求めよ。

(2) 固有値と固有ベクトルの性質を使って、上の行列を６回掛け合わせた行列A^6を求めよ。

(3) 同様に 12 回掛け合わせた行列に対する行列式の値$|A^{12}|$を求めよ。

［２］$p=\tan\frac{x}{2}$とおき、下記の積分を実行せよ。

$$I=\int\frac{1}{2+\sin x+2\cos x}dx$$

［３］下記の微分方程式を解け。

(1) $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-x\dfrac{dy}{dx}+y=0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-2y=2e^x\sin x$

問題２（選択）

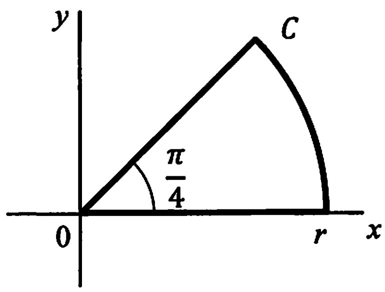
［１］複素数 z の方程式 $2|z-i| = |z+i|$ の解を複素平面上に描け。

［２］複素数zの関数$\cos^{-1} z$を対数関数で表せ。

［３］複素数zの関数$\sin^{-1} z$の導関数$\frac{d}{dz}\sin^{-1} z$を求めよ。

［４］複素数 z の関数 $\frac{\sin z}{z^2}$ を z = 0 を中心にして Laurent 展開せよ。

［５］実積分$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$、および図の複素平面上の積分路$C$を利用して、次の二つの実積分$\int_0^{\infty} \cos x^2 \, dx$と$\int_0^{\infty} \sin x^2 \, dx$ を求めよ。



問題３（選択）

関数$f(x)$のフーリエ変換を$\mathcal{F}[f(x)](\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, e^{-i\xi x} dx$と定義する。

関数$f(t)$のラプラス変換を$\mathcal{L}[f(t)](s) = \int_0^{+\infty} f(t)\, e^{-st} dt$と定義する($s$は複素数)。

必要ならば$\mathrm{Re}(s) > 0$なるsに対して、$\mathcal{L}[t^n] = \frac{n!}{s^{n+1}}$、$\mathcal{L}[e^{at}] = \frac{1}{s-a}$、$\mathcal{L}[te^{at}] = \frac{1}{(s-a)^2}$、$\mathcal{L}[\sin \omega t] = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$、$\mathcal{L}[\cos \omega t] = \frac{s}{s^2+\omega^2}$を既知の結果として用いてよい。

［１］関数$f(x) = \pi - |x| \ (-\pi \le x \le \pi)$ を$f(x+2\pi) = f(x)$によって周期2πの周期関数に拡張した関数$f(x)$のフーリエ級数展開を求めよ。

［２］次のフーリエ変換を求めよ。ただし、$a > 0$とする。

$$f(x) = \begin{cases} e^{-ax} \sin bx & (x \ge 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

［３］ラプラス変換を用いて、下記の微分方程式、連立微分方程式の解 $x(t)$, $y(t)$を求めよ。

(1) $$\begin{cases} y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = 0 \quad (t > 0) \\ y(0) = 1, y'(0) = -2 \end{cases}$$

(2) $$\begin{cases} y''(t) - x''(t) + x'(t) - y(t) = e^t - 2 \quad (t > 0) \\ 2y''(t) - x''(t) - 2y'(t) + x(t) = -t \\ y(0) = y'(0) = x(0) = x'(0) = 0 \end{cases}$$